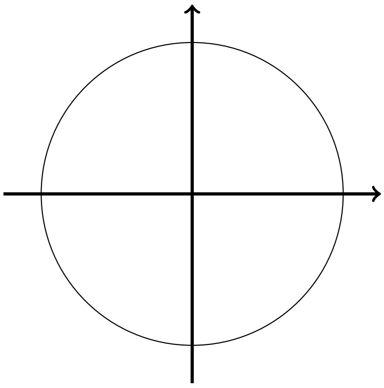
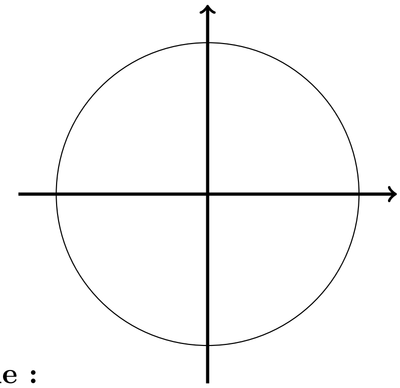
Formulaire trigonométrique

Théorème de Pythagore et parité :

$$\cos^2(x)+\sin^2(x)=1$$



$$\begin{cases}\cos(-x)=\cos(x)\\ \sin(-x)=-\sin(x)\end{cases}$$



Valeurs remarquables :

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	╳

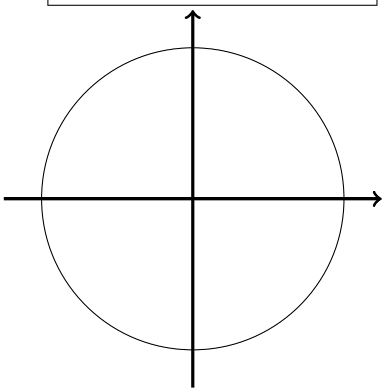
Formules à retrouver sur le cercle :

$\cos(\pi-x)=-\cos(x)$

$\sin(\pi-x)=\sin(x)$

$\cos(\pi+x)=-\cos(x)$

$\sin(\pi+x)=-\sin(x)$

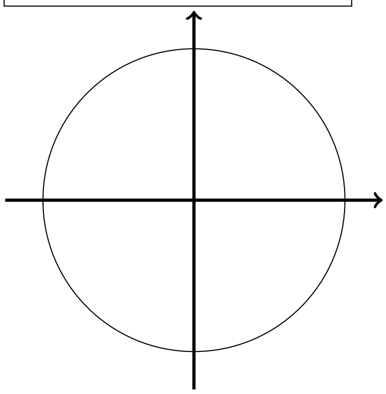


$\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\sin(x)$

$\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cos(x)$

$\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=-\sin(x)$

$\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=\cos(x)$



Formules d'addition :

$\cos(a+b)=\cos a\,\cos b-\sin a\,\sin b$

$\cos(a-b)=\cos a\,\cos b+\sin a\,\sin b$

$\sin(a+b)=\sin a\,\cos b+\cos a\,\sin b$

$\sin(a-b)=\sin a\,\cos b-\cos a\,\sin b$

$\sin(2a)=2\sin a\,\cos a$

$$\begin{aligned}\cos(2a)&=\cos^2 a-\sin^2 a\\ &=2\cos^2 a-1\\ &=1-2\sin^2 a\end{aligned}$$

De gauche à droite en posant $a=\dfrac{p+q}{2}$ et $b=\dfrac{p-q}{2}$

Produits en sommes, linéarisation :

$\cos a\,\cos b=\frac{1}{2}\left(\cos(a+b)+\cos(a-b)\right)$

$\sin a\,\sin b=\frac{1}{2}\left(\cos(a-b)-\cos(a+b)\right)$

$\sin a\,\cos b=\frac{1}{2}\left(\sin(a+b)+\sin(a-b)\right)$

$\cos^2 a=\dfrac{1+\cos(2a)}{2}\qquad \sin^2 a=\dfrac{1-\cos(2a)}{2}$

Sommes en produits :

$\cos p+\cos q=2\cos\dfrac{p+q}{2}\,\cos\dfrac{p-q}{2}$

$\cos p-\cos q=-2\sin\dfrac{p+q}{2}\,\sin\dfrac{p-q}{2}$

$\sin p+\sin q=2\sin\dfrac{p+q}{2}\,\cos\dfrac{p-q}{2}$

$\sin p-\sin q=2\cos\dfrac{p+q}{2}\,\sin\dfrac{p-q}{2}$

De droite à gauche en posant $p=a+b$ et $q=a-b$

Duplication avec tan : $a\not\equiv\frac{\pi}{2}[\pi],\quad b\not\equiv\frac{\pi}{2}[\pi]\quad \text{et}\quad a+b\not\equiv\frac{\pi}{2}[\pi]$

$\tan(a+b)=\dfrac{\tan a+\tan b}{1-\tan a\,\tan b}\qquad \tan(a-b)=\dfrac{\tan a-\tan b}{1+\tan a\,\tan b}$

Cas où $a=b$, $\quad\tan(2a)=\dfrac{2\tan a}{1-\tan^2 a}$

Angle moitié : $\theta\not\equiv\frac{\pi}{2}[\pi],\quad \theta\not\equiv\pi[2\pi]$

En posant $t=\tan\left(\dfrac{\theta}{2}\right)$, on a :

$\cos(\theta)=\dfrac{1-t^2}{1+t^2}\qquad \sin(\theta)=\dfrac{2t}{1+t^2}\qquad \tan(\theta)=\dfrac{2t}{1-t^2}$