

# Révisions sur les calculs de limites

## Sans forme indéterminée

### Exercice n°1 Limites des fonctions usuelles, à connaître !

Déterminer les limites suivantes. Pour les limites nulles vous préciserez, lorsque c'est possible, si c'est  $0^+$  ou  $0^-$ .

$$\begin{array}{cccccc} \lim_{x \rightarrow +\infty} x^{101} & \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) & \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^3} & \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^4} & \lim_{x \rightarrow 9} \sqrt{x} & \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \exp(x) & \lim_{x \rightarrow -\infty} x^{77} & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^5} & \lim_{x \rightarrow 0} \ln(x) & \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^6} & \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^7} \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} & \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^9} & \lim_{x \rightarrow +\infty} \exp(x) & \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^8} & \lim_{x \rightarrow 2} x^4 & \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} & \lim_{x \rightarrow -\infty} x^8 & \lim_{x \rightarrow 0} \exp(x) & \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} & \lim_{x \rightarrow e} \ln(x) & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \end{array}$$

### Exercice n°2 Des limites, mais sans indéterminations

Calculer les limites suivantes, et préciser si la courbe représentative  $\mathcal{C}_f$  de  $f$  admet une asymptote horizontale ou verticale.

$$\begin{array}{cccccc} \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 + 2x - 3 & \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 - 6x^2 + 1 & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{(x+1)^2} & \lim_{x \rightarrow +\infty} -\sqrt{x} + \frac{1}{x} & \lim_{x \rightarrow +\infty} (-x+3)^5 & \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x+3)^5 & \lim_{x \rightarrow +\infty} (4-2x)^2 & \lim_{x \rightarrow -\infty} -5\sqrt{x^2-1} & \lim_{x \rightarrow 2} x^2 - 3x + 1 & \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-3}{\sqrt{2-x}} & \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x-3}{x-1} & \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-3}{x-1} & \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{5}{4-x^2} & \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{5}{4-x^2} & & \end{array}$$

## Forme indéterminée

### Exercice n°3 Le cas des polynômes et fractions rationnelles

Calculer les limites suivantes et préciser lorsque la courbe représentative  $\mathcal{C}_f$  de  $f$  admet une asymptote horizontale.

$$\begin{array}{cccc} \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 - 2x + 3 & \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+3}{2x-1} & \lim_{x \rightarrow -\infty} x^4 + x & \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2-2}{2x+3} \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4-2x^4}{x^2(x+1)^2} & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-5}{x+x^2} & \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(3x+1)^2}{(2x-3)^3} & \end{array}$$

### Exercice n°4 Différentes méthodes pour lever des formes indéterminées

Cet exercice présente quelques techniques usuelles pour lever des indéterminations.

1. En mettant en facteur le terme prépondérant, calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x-1-e^x) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{1+e^x+e^{-x}} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-1}{1+e^x+e^{-x}} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2+x-x}$$

2. En utilisant la méthode de la quantité conjuguée, présentée dans le paragraphe sur les identités remarquables, déterminer :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2-1} - x + 1 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+x} - x$$

3. En utilisant une factorisation :

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-8}{x-2} \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2-3x-2}{x^2-5x+6}$$

4. En utilisant un taux d'accroissement, déterminer :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x-x^2} \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-8}{x-2}$$

### Exercice n°5 Un peu de tout...

Donner, si elles existent, les limites suivantes :

$$\begin{array}{lll} 1. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+2}{\ln(x)} & 8. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-2x+1}{2x^2+2x-4} & 13. \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x^2+x+1} - x \\ 2. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+2}{\ln(x)} & 9. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2-2x+1}{2x^2+2x-4} & 14. \lim_{x \rightarrow 0} x \ln(2x) \\ 3. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x}e^x}{x+1} & 10. \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x+1}{2x-3}} & 15. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x-1}{2x} \\ 4. \lim_{x \rightarrow +\infty} \lfloor \ln(x) \rfloor & 11. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x^2-5x+4} & 16. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+3)-\ln(3)}{x} \\ 5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x} & 12. \lim_{x \rightarrow 1^+} \ln(x) \ln(\ln(x)) & 17. \lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln(x) - x \ln(x+2) \end{array}$$