Révisions sur les fonctions exp et ln

Fonction logarithme népérien : ln

Exercice n°1 Utiliser les propriétés algébriques de ln

Exprimer en fonction de ln(2) les nombres suivants :

$$\ln\left(\frac{1}{2}\right) \qquad \ln(8) \qquad \ln(64) \qquad \ln(2e^2) \qquad \ln(\sqrt{32}) \qquad \ln\left(\frac{2}{e}\right) \qquad \ln\left(\frac{32}{e}\right)$$

Exercice n°2 Utiliser les propriétés algébriques de ln

Simplifier les expressions suivantes :

$$A = \ln\left(\sqrt{5}+2\right)+\ln\left(\sqrt{5}-2\right) \quad B = \ln\left(\sqrt{5}+2\right)-\ln\left(\sqrt{5}-2\right) \quad C = \ln\left(\sqrt{\sqrt{5}+2}\right)+\ln\left(\sqrt{\sqrt{5}-2}\right)$$

Exercice n°3 Résoudre une équation avec ln, exp

Résoudre les équations suivantes sur l'intervalle I proposé, on admettra que les expressions associées à chaque équation sont bien définies sur I.

(E_1) : $\ln(2x+5) = 0$ sur $I = \left]-\frac{5}{2}, +\infty\right[$.

(E_2) : $\ln(x^2-1) = 2$ sur $I =]1, +\infty[$.

(E_3) : $\ln(x-2) + \ln(x-32) = 6\ln(2)$ sur $I =]32, +\infty[$.

(E_4) : $(\ln x)^2 - \ln(x) - 6 = 0$ sur $I =]0, +\infty[$.

Exercice n°4 Déterminer le signe d'une fonction définie à partir de ln

Déterminer le signe des fonctions suivantes sur leur intervalle de définition I.

$f : x \mapsto \ln(x+1) - \ln(3)$ définie sur $I =]2, +\infty[$

$g : x \mapsto \dfrac{\ln(2x-1)}{1-\ln(x)}$ définie sur $I = \left]\frac{1}{2}, +\infty\right[- \{e\}$

$h : x \mapsto \dfrac{1-\ln(x+1)}{x-1}$ définie sur $I =]-1, +\infty[- \{1\}$

$i : x \mapsto \dfrac{2\ln(x) - (\ln(x))^2}{1-x^2}$ définie sur $I =]0, +\infty[- \{1\}$

$j : x \mapsto \dfrac{1+\ln(x)}{2-\ln(x)} - \dfrac{1}{2} - \ln(x)$ définie sur $I = \left]0, e^2\right[$

Fonction exponentielle : exp

Exercice n°5 Utiliser les propriétés algébriques de exp

1. Ecrire sous la forme d'une puissance de e les expressions suivantes :

$$\frac{e^7}{e^2} \qquad \frac{\left(e^{-1}\right)^4}{e} \qquad \left(\ln(e^2)\right)^{-3} \qquad e^2\exp(-3) \qquad e^{-3}\times\exp(2) \qquad \exp(1)\times\exp(-2)$$

2. Ecrire plus simplement chacun des nombres suivants :

$$\ln\left(\exp\left(-\frac{2}{3}\right)\right) \qquad \exp(\ln(3)-1) \qquad e^{5\ln(3)} - 3e^{\ln(7)} \qquad \frac{e^{2\ln(3)}}{e^{\ln(8)}} \qquad \frac{e^3}{e^{4+\ln(3)}}$$

Exercice n°6 Résoudre des équations avec exp, ln

Résoudre les équations d'inconnues $x \in \mathbb{R}$ suivantes :

(E_1) : $\exp(2x-3) = 1$

(E_2) : $e^{3x+1} = e^{1-5x}$

(E_4) : $(e^x)^2 - 3e^x + 2 = 0$

(E_5) : $\exp(x) - 5 + \dfrac{6}{e^x} = 0$

Exercice n°7 Déterminer le signe d'une expression avec exp

Déterminer le signe des fonctions suivantes sur leur intervalle de définition I.

$f : x \mapsto \exp(3x+1)$ définie sur $I = \mathbb{R}$

$g : x \mapsto e^{-\frac{1}{2}x+1} + 2$ définie sur $I = \mathbb{R}$

$h : x \mapsto -3 - \exp(-3x+14)$ définie sur $I = \mathbb{R}$

$i : x \mapsto (x^2+1)\exp(-2x-10)$ définie sur $I = \mathbb{R}$

Exercice n°8 Résoudre des inéquations avec exp, ln

Déterminer le signe des fonctions suivantes sur $\mathbb{R}$:

$f : x \mapsto \exp(3x+1) - 2$ définie sur $I = \mathbb{R}$

$g : x \mapsto e^{2x+2} - e^{3x-5}$ définie sur $I = \mathbb{R}$

$h : x \mapsto \exp(x^2-3x+2) - 2e^{3-x}$ définie sur $I = \mathbb{R}$

$i : x \mapsto \dfrac{1+e^{-2x}}{2-e^{-x}} - 1$ définie sur $I = \mathbb{R}_+$

$j : x \mapsto e^{6x} - 5\exp(2x) - 6 + 2e^{4x}$ définie sur $I = \mathbb{R}$