

## Programme de khôlle

### Semaine 13 (28 novembre 2021)

---

► Connaître et savoir utiliser la notation factorielle.

Les points (\*) peuvent être l'objet d'une question de cours

## Chapitre 5 : Raisonnements par récurrence - Sommes et produits

*Exercices réalisés : TD5, exercices n° 1 à 14*

► (\*) Connaître et savoir utiliser le raisonnement par récurrence simple ou double. Utilisation pour montrer l'existence des termes d'une suite définie par récurrence, pour établir une égalité ou une inégalité.

► (\*) Savoir calculer des sommes géométriques et arithmétiques.

► (\*) Soient  $n, p \in \mathbb{N}$ ,  $p \leq n$ ,  $q, \lambda \in \mathbb{R}$ . Connaître parfaitement la valeur de chacune des sommes usuelles suivantes :

$$\sum_{k=p}^n k = \frac{(n-p+1)(p+n)}{2} \quad ; \quad \sum_{k=p}^n \lambda = (n-p+1)\lambda \quad ; \quad \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4} \quad ; \quad \sum_{k=p}^n q^k = \begin{cases} q^p \frac{1-q^{n-p+1}}{1-q} & \text{si } q \neq 1 \\ n-p+1 & \text{si } q = 1 \end{cases}$$

► (\*) Connaître et savoir utiliser la linéarité, la relation de Chasles, le changement d'indice afin de réécrire une somme.

► Lorsque la valeur d'une somme est donnée, savoir la justifier à l'aide d'un raisonnement par récurrence.

► (\*) Savoir reconnaître une somme télescopique et savoir déterminer sa valeur.

► Savoir calculer une somme double « carrée », i.e.  $\sum_{1 \leq i, j \leq n} u_{i,j}$ , une somme double « triangulaire », i.e.  $\sum_{1 \leq i \leq j \leq n} u_{i,j}$ .

► Connaître et savoir utiliser la notation produit.