

Programme de khôlle

Semaine 14 (5 décembre 2022)

Chapitre 5 : Raisonnements par récurrence - Sommes et produits

Exercices réalisés : TD5, exercices n° 1 à 14

- ▶ (★) Connaître et savoir utiliser le raisonnement par récurrence simple ou double. Utilisation pour montrer l'existence des termes d'une suite définie par récurrence, pour établir une égalité ou une inégalité.

- ▶ (★) Savoir calculer des sommes géométriques et arithmétiques.

- ▶ (★) Soient $n, p \in \mathbb{N}$, $p \leq n$, $q, \lambda \in \mathbb{R}$. Connaître parfaitement la valeur de chacune des sommes usuelles suivantes :

$$\sum_{k=p}^n k = \frac{(n-p+1)(p+n)}{2} \quad ; \quad \sum_{k=p}^n \lambda = (n-p+1)\lambda \quad ; \quad \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4} \quad ; \quad \sum_{k=p}^n q^k = \begin{cases} q^p \frac{1-q^{n-p+1}}{1-q} & \text{si } q \neq 1 \\ n-p+1 & \text{si } q = 1 \end{cases}$$

- ▶ (★) Connaître et savoir utiliser la linéarité, la relation de Chasles, le changement d'indice afin de réécrire une somme.
- ▶ Lorsque la valeur d'une somme est donnée, savoir la justifier à l'aide d'un raisonnement par récurrence.
- ▶ (★) Savoir reconnaître une somme télescopique et savoir déterminer sa valeur.
- ▶ Savoir calculer une somme double « carrée », i.e. $\sum_{1 \leq i, j \leq n} u_{i,j}$, une somme double « triangulaire », i.e. $\sum_{1 \leq i \leq j \leq n} u_{i,j}$.
- ▶ Connaître et savoir utiliser la notation produit.
- ▶ Connaître et savoir utiliser la notation factorielle.

Chapitre 6 : Généralités sur les fonctions - Inégalités

Exercices réalisés : TD6, toute la feuille

- ▶ (★) Connaître et savoir utiliser la définition de la (stricte) monotonie d'une fonction sur un intervalle.
- ▶ Savoir démontrer une inégalité donnée à l'aide de la monotonie des fonctions usuelles (soit en « construisant » l'inégalité, soit en raisonnant par équivalence).
- ▶ Savoir démontrer une inégalité du type $\forall x \in I, f(x) \leq g(x)$ en montrant que $\forall x \in I, g(x) - f(x) \geq 0$ (soit de façon directe, soit en étudiant sur I la fonction $x \mapsto g(x) - f(x)$).
- ▶ (★) Connaître les définitions de majorant, minorant, maximum, minimum d'une fonction. Savoir établir un encadrement, une minoration, une majoration d'une fonction sur un intervalle.
- ▶ (★) Connaître les définitions de fonctions paires, impaires. Savoir étudier la parité d'une fonction et, le cas échéant, savoir se servir de la parité pour restreindre l'ensemble d'étude de cette fonction.
- ▶ Savoir étudier, dans des cas simples, la monotonie d'une suite récurrente du type $u_{n+1} = f(u_n)$ (travailler les méthodes vues aux TD6 exercices n° 7 et n° 8).

Les points (★) peuvent être l'objet d'une question de cours