

Programme de khôlle

Semaine 16 (11 janvier 2021)

La khôlle est constituée :

- d'une démonstration exigible du cours, préparée au tableau, puis exposée
- d'un exercice facile
- d'un exercice plus difficile.

Chapitre 9 : Techniques de calcul d'intégrales

Exercices réalisés : TD9, exercices n° 1,2,3,5,6

- ▶ Révisions : Calculer des primitives de fonctions usuelles ou en repérant la dérivée d'une fonction composée.
- ▶ Savoir calculer une intégrale ou une primitive par intégration par parties.
- ▶ Connaître et savoir utiliser les propriétés de l'intégrales : linéarité, relation de Chasles, positivité, croissance, inégalité triangulaire.
- ▶ Savoir étudier une suite définie par une intégrale.
- ▶ Savoir calculer une intégrale ou une primitive par un changement de variable.

Chapitre 10 : Ensembles et applications

Exercices réalisés : TD10, exercices n° 1,2(1.2.3.),3

- ▶ Savoir utiliser les symboles d'inclusion et d'appartenance.
- ▶ Démontrer une inclusion ou une égalité d'ensembles par double inclusion : soit en revenant aux éléments, soit en utilisant les propriétés des opérateurs ensemblistes (distributivité, lois de De Morgan...)

Démonstrations exigibles

Les démonstrations effectuées en cours sont disponibles en ligne dans la section programme de khôlle.

1. Intégrales de Wallis

- (i) Exprimer à l'aide de factorielles le produit des $n \in \mathbb{N}^*$ premiers entiers pairs (non nuls) et le produit des $n \in \mathbb{N}^*$ premiers entiers impairs.
- (ii) Déterminer le terme général de la suite d'intégrales $(W_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad W_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n(t) dt. \text{ On l'exprimera à l'aide de factorielles.}$$

2. Théorème de changement de variable

Énoncer puis démontrer le théorème de changement de variable dans une intégrale.

3. Lois de De Morgan

Énoncer puis démontrer les deux lois de De Morgan.