Programme de khôlle

Semaine 22 (8 mars 2021)

La khôlle est constituée :

- d'une démonstration exigible du cours, préparée au tableau, puis exposée
- d'un exercice facile
- d'un exercice plus difficile.

Chapitre 14 : Dérivabilité

Exercices réalisés : TD12, exercices n°1,3(1,2 f),4(1),5,7,8,9,10,11

- Savoir étudier la dérivabilité d'une fonction (éventuellement à droite et à gauche) et déterminer le nombre dérivée. L'interpréter graphiquement.
- Savoir étudier le caractère $\mathscr{C}^1$ d'une fonction (éventuellement avec le théorème de la limite de la dérivée).
- Savoir calculer les dérivées successives d'une fonction, par récurrence immédiate, par opérations (utilisation de la formule de Leibniz).
- Savoir étudier la classe d'une fonction.
- Utiliser le théorème des accroissements finis.
- Utiliser l'inégalité des accroissements finis pour étudier des suites récurrentes.
- Etudier des problèmes de raccordement de solutions d'une équation différentielle.

Chapitre 15 : Espaces vectoriels et applications linéaires

Exercices réalisés : TD15, exercices n°1,2,3(2.3.),4,5

- Montrer qu'un ensemble est un $\mathbb{K}$-espace vectoriel en montrant :
  - que c'est un sous-espace vectoriel d'un $\mathbb{K}$-espace vectoriel de référence ;
  - qu'il est engendré par une famille finie de vecteurs (qu'il peut s'écrire sous la forme d'un Vect).
- Montrer qu'un ensemble n'est pas un $\mathbb{K}$-espace vectoriel.

Démonstrations exigibles

Les démonstrations effectuées en cours sont disponibles en ligne dans la section programme de khôlle.

1. *Théorème de Rolle*

   (a) Enoncer le théorème donnant une condition nécessaire à l'existence d'un extremum local.

   (b) Enoncer et démontrer le théorème de Rolle.

2. *Théorème de la limite de la dérivée*

   Enoncer le théorème suivant puis le démontrer.

   Théorème :

   Soient I un intervalle, $a \in I$ et $f : I \to \mathbb{R}$ continue sur I et dérivable sur $I \backslash \{a\}$.

   Si $\lim\limits_{x\to a} f'(x) = \ell \in \mathbb{R} \cup \{-\infty; +\infty\}$ alors $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a} = \ell$.

   Ainsi :

   - Si ℓ est finie ($\ell \in \mathbb{R}$), alors f est dérivable en a, $f'(a) = \ell$ et, de plus, f' est continue en a.
   - Si $\ell \in \{+\infty; -\infty\}$, alors f n'est pas dérivable en a et $\mathscr{C}_f$ admet une tangente verticale en a.

3. *Intersection de sous-espaces vectoriels*

   Montrer qu'une intersection finie non vide de sous-espaces vectoriels est un sous-espace vectoriel. Montrer, qu'en général, il n'en est pas de même pour la réunion.