

## Programme de khôlle

### Semaine 4 (21 septembre 2020)

#### La khôlle est constituée :

- d'une démonstration exigible du cours, préparée au tableau, puis exposée
- d'un exercice facile
- d'un exercice plus difficile.

#### Chapitre 1 : Méthodes en analyse

##### Manipuler des inégalités *Exercices réalisés : TD1, exercices n°1 à 7*

- ▶ Savoir manipuler des inégalités : majorer ou minorer une somme, un produit, un quotient.
- ▶ Connaître les propriétés de la valeur absolue, en particulier l'inégalité triangulaire. Comprendre l'interprétation de la valeur absolue en terme de distance ; l'utiliser pour résoudre *graphiquement* des inéquations simples du type  $|x - a| \leq r$ .
- ▶ Savoir résoudre *algébriquement* une équation ou une inéquation avec des quotients, des valeurs absolues, des racines carrées.
- ▶ Savoir établir une inégalité faisant intervenir des quotients, des valeurs absolues, des racines carrées.
- ▶ Utiliser le raisonnement par récurrence pour établir une inégalité.

##### Etude de fonctions *Exercices réalisés : TD1, exercices n°13, 14, 15, 16 et 18*

- ▶ Savoir déterminer l'ensemble de définition, puis de dérivabilité d'une fonction.
- ▶ Savoir étudier puis utiliser la parité, la périodicité d'une fonction afin de réduire son domaine d'étude.
- ▶ Savoir calculer la dérivée d'une composée de fonctions.
- ▶ Savoir établir un encadrement, une inégalité à l'aide d'une étude de fonction.

##### Premières fonctions usuelles : ln, exp, sin, cos et tan

*Exercices réalisés : TD1, exercices n°19, 20 et 21 1)2)3)*

- ▶ Connaître les propriétés des fonctions exp, ln et les appliquer pour résoudre des équations et inéquations.
- ▶ Savoir calculer des limites simples par taux d'accroissement. Savoir lever des formes indéterminées en utilisant des arguments de croissances comparées.
- ▶ Connaître le formulaire de trigonométrie, pour l'instant les formules :  $\cos(a \pm b)$ ,  $\sin(a \pm b)$ ,  $\cos(2a)$ ,  $\sin(2a)$ ,  $\cos^2 a + \sin^2 a = 1$ ,  $\tan(a \pm b)$  et les valeurs remarquables classiques.
- ▶ Connaître les propriétés des fonctions sin, cos et tan. Savoir appliquer ces propriétés, les relations du formulaires ou encore la transformation de  $a \cos x + b \sin x$  en  $A \cos(x - \varphi)$  pour résoudre des équations et inéquations.

#### Démonstrations exigibles

Les démonstrations effectuées en cours sont disponibles en ligne dans la section programme de khôlle.

1. *Première inégalité triangulaire :*  
Montrer que, pour tous  $x, y \in \mathbb{R}$ ,  $|x + y| \leq |x| + |y|$ .
2. *Exercice n°7 c) TD1 :*  
Soit  $x \in \mathbb{R}$ . En raisonnant par récurrence, montrer que :  
pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $|\sin nx| \leq n |\sin x|$ .
3. *Exemple n°13 du cours Chapitre 1 :*  
Montrer que, pour tout  $x \in \mathbb{R}_+^*$ ,  $\ln x \leq x - 1$ .  
Interpréter graphiquement ce résultat.
4. *Relation fonctionnelle vérifiée par ln :*  
Montrer que, pour tous  $x, y \in \mathbb{R}_+^*$ ,  $\ln(xy) = \ln x + \ln y$ .