

Programme de khôlle

Semaine 5 (28 septembre 2020)

La khôlle est constituée :

- d'une démonstration exigible du cours, préparée au tableau, puis exposée
- d'un exercice facile
- d'un exercice plus difficile.

Chapitre 1 : Méthodes en analyse

Etude de fonctions Exercices réalisés : TD1, exercices n° 13, 14, 15, 16 et 18

- ▶ Savoir déterminer l'ensemble de définition, puis de dérivabilité d'une fonction.
- ▶ Savoir étudier puis utiliser la parité, la périodicité d'une fonction afin de réduire son domaine d'étude.
- ▶ Savoir calculer la dérivée d'une composée de fonctions.
- ▶ Savoir établir un encadrement, une inégalité à l'aide d'une étude de fonction.

Premières fonctions usuelles : \ln , \exp , \sin , \cos et \tan

Exercices réalisés : TD1, exercices n° 19, 20, 21, 22

- ▶ Connaître les propriétés des fonctions \exp , \ln et les appliquer pour résoudre des équations et inéquations.
- ▶ Savoir calculer des limites simples par taux d'accroissement. Savoir lever des formes indéterminées en utilisant des arguments de croissances comparées.
- ▶ Connaître le formulaire de trigonométrie, pour l'instant les formules : $\cos(a \pm b)$, $\sin(a \pm b)$, $\cos(2a)$, $\sin(2a)$, $\cos^2 a + \sin^2 a = 1$, $\tan(a \pm b)$ et les valeurs remarquables classiques.
- ▶ Connaître les propriétés des fonctions \sin , \cos et \tan . Savoir appliquer ces propriétés, les relations du formulaires ou encore la transformation de $a \cos x + b \sin x$ en $A \cos(x - \varphi)$ pour résoudre des équations et inéquations.

Chapitre 2 : Sommes et produits

Exercices réalisés : TD2, exercices n° 1, 2, 3, 4, 6(1,2), 8 (1,2), 10, 11(1)

- ▶ Connaître les sommes classiques : arithmétiques $\sum_{k=p}^n k$, géométriques $\sum_{k=p}^n q^k$, $\sum k^2$ et $\sum k^3$.
- ▶ Calculer une somme par récurrence.
- ▶ Connaître les propriétés algébriques des sommes (linéarité, relation de Chasles, changement d'indice : décalage, renversement, sommes télescopiques) et des produits. Savoir utiliser ces propriétés pour calculer des sommes, des produits.
- ▶ Connaître la définition des coefficients binomiaux et leurs propriétés (symétrie, formule de Pascal).
- ▶ Connaître et savoir utiliser la formule du binôme de Newton pour calculer des sommes.

Les sommes et produits doubles ne sont pas au programme de cette khôlle

Démonstrations exigibles

Les démonstrations effectuées en cours sont disponibles en ligne dans la section programme de khôlle.

1. *Exemple n° 13 du cours Chapitre 1 :*

Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$, $\ln x \leq x - 1$.

Interpréter graphiquement ce résultat.

2. *Relation fonctionnelle vérifiée par \ln :*

Montrer que, pour tous $x, y \in \mathbb{R}_+^*$, $\ln(xy) = \ln x + \ln y$.

3. *Factorisation $a^n - b^n$ et formule de Pascal :*

- Soient $a, b \in \mathbb{C}$ et $n \in \mathbb{N}^*$. Montrer que

$$a^n - b^n = (a - b) \sum_{k=0}^{n-1} a^k b^{n-k-1}$$

- Soient $0 \leq k \leq n$. Montrer que

$$\binom{n+1}{k} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k-1}$$

4. *Formule du binôme de Newton :*

Soient $a, b \in \mathbb{C}$ et $n \in \mathbb{N}$. Montrer que

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$