

Programme de khôlle

Semaine 6 (5 octobre 2020)

La khôlle est constituée :

- d'une démonstration exigible du cours, préparée au tableau, puis exposée
- d'un exercice facile
- d'un exercice plus difficile.

Chapitre 2 : Sommes et produits

Exercices réalisés : TD2, exercices n° 1, 2, 3, 4, 6(1,2), 8 (1,2), 10, 11(1)

- ▶ Connaître les sommes classiques : arithmétiques $\sum_{k=p}^n k$, géométriques $\sum_{k=p}^n q^k$, $\sum k^2$ et $\sum k^3$.
- ▶ Calculer une somme par récurrence.
- ▶ Connaître les propriétés algébriques des sommes (linéarité, relation de Chasles, changement d'indice : décalage, renversement, sommes télescopiques) et des produits. Savoir utiliser ces propriétés pour calculer des sommes, des produits.
- ▶ Connaître la définition des coefficients binomiaux et leurs propriétés (symétrie, formule de Pascal).
- ▶ Connaître et savoir utiliser la formule du binôme de Newton pour calculer des sommes.
- ▶ Calculer une somme double carrée, triangulaire. Utiliser des interversions de sommes.

Chapitre 3 : Nouvelles fonctions usuelles

Exercices réalisés : TD3, exercices n° 1 à 6 et 9(1)

- ▶ Connaître la définition et les propriétés des fonctions hyperboliques (dérivée, variation, graphe) (**uniquement ch et sh, th est hors programme**).

- ▶ Connaître la définition et les propriétés des fonctions puissances (dérivée, variation, graphe).
- ▶ Savoir étudier une fonction du type $u(x)^{v(x)}$.
- ▶ Savoir lever des formes indéterminées de limite par des arguments de croissances comparées.
- ▶ Connaître la définition de fonction bijective et de réciproque d'une bijection.
- ▶ Connaître et savoir utiliser le théorème de la bijection (continue strictement monotone) pour établir qu'une fonction réalise une bijection et étudier la continuité, la monotonie de la fonction réciproque. Expliciter une réciproque par résolution de l'équation $y = f(x)$.
- ▶ Connaître et savoir utiliser le théorème de dérivabilité de la réciproque. Connaître l'expression de la dérivée d'une réciproque et pouvoir l'expliquer graphiquement.

Les fonction arcsin et arccos n'ont pas encore été travaillées

Démonstrations exigibles

Les démonstrations effectuées en cours sont disponibles en ligne dans la section programme de khôlle.

1. Factorisation $a^n - b^n$ et formule de Pascal :

- Soient $a, b \in \mathbb{C}$ et $n \in \mathbb{N}^*$. Montrer que $a^n - b^n = (a - b) \sum_{k=0}^{n-1} a^k b^{n-k-1}$
- Soient $0 \leq k \leq n$. Montrer que $\binom{n+1}{k} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k-1}$

2. Formule du binôme de Newton :

Soient $a, b \in \mathbb{C}$ et $n \in \mathbb{N}$. Montrer que

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$

3. Présentation de la fonction \arctan :

On définira cette fonction, puis on établira sa continuité, son sens de variation, sa dérivabilité et l'expression de sa dérivée.

On finira en représentant sur un même graphique la fonction \arctan ainsi que $\tan|_{]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[}$ en précisant le lien géométrique entre les deux graphes.

Pour cette preuve les théorèmes de continuité, de dérivabilité et l'expression de la dérivée de f^{-1} sont admis mais doivent pouvoir être cités. La parité n'est pas à étudier.