

Programme de khôlle

Semaine 21 (30 mars 2026)

TP : Compléments sur les calculs de limites

Exercices réalisés : tout le TP

- ▶ (★) Connaître les limites des fonctions usuelles, savoir calculer des limites non indéterminées par utilisation des opérations usuelles (somme, produit, quotient, composition).
- ▶ (★) Connaître les croissances comparées classiques et savoir les utiliser pour lever des formes indéterminées. Connaître et savoir appliquer la méthode de multiplication par la quantité conjuguée pour lever une forme indéterminée faisant intervenir des racines carrées.
- ▶ Connaître les limites des taux d'accroissement (nombres dérivés) suivants :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{x-1} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x} = \frac{1}{2}$$

- ▶ Savoir lever une forme indéterminée du type $\frac{0}{0}$: par factorisation pour les fractions rationnelles ; en reconnaissant un nombre dérivée (on admet la dérivabilité en le point considéré).
- ▶ Connaître les théorèmes de minoration, majoration, encadrement et savoir les utiliser pour établir l'existence d'une limite et déterminer sa valeur.

Chapitre 12 : Applications et continuité

Exercices réalisés : TD12, Exercices : toute la feuille

- ▶ (★) Connaître le vocabulaire des applications (fonctions) : ensemble de départ, d'arrivée, image, antécédent, ensemble image, composition.

- ▶ (★) Montrer qu'une application est injective, surjective, bijective. Savoir montrer qu'une application n'est pas injective en déterminant deux éléments de l'ensemble de départ ayant la même image. Savoir montrer qu'une application n'est pas surjective en déterminant un élément de l'ensemble d'arrivée n'ayant pas d'antécédent. Savoir traduire ces notions en termes d'équations. Déterminer, dans les cas favorables, l'expression de l'application réciproque d'une application bijective.

Pour les applications d'une variable réelle à valeurs réelles :

- ▶ Savoir étudier la continuité en un point et la continuité sur un intervalle à l'aide des théorèmes usuels.
- ▶ (★) Savoir étudier le caractère prolongeable par continuité d'une fonction en un point.
- ▶ (★) Connaître le TVI et savoir l'appliquer pour justifier de l'existence d'au moins une solution à une équation.
- ▶ (★) Connaître le théorème de la bijection continue et savoir l'appliquer pour justifier de l'existence d'une unique solution à une équation. Savoir dresser les variations de la bijection réciproque et savoir tracer son graphe à partir de celui de l'application d'origine par symétrie.
- ▶ Application de ces théorèmes à l'étude d'une suite définie implicitement (suite (u_n) des solutions d'une équation du type $f(x) = a_n$ ou du type $f_n(x) = 0$).

Les points (★) peuvent être l'objet d'une question de cours