

Programme de khôlle

Semaine 6 (14 octobre 2024)

Éléments de logique

TP logique : Toute la feuille

- ▶ Connaître et savoir utiliser les quantificateurs :
 - Traduction d'un énoncé formalisé en français **Exercices n°2 et 3**
 - Formalisation d'un énoncé donné en français **Exercices n°4**
- ▶ (★) Savoir déterminer la négation d'une assertion contenant des quantificateurs. **Exercices n°5**
- ▶ (★) Connaître le vocabulaire associé à l'implication : implication directe, implication réciproque.
- ▶ Savoir justifier qu'une propriété universelle, existentielle, une implication, une équivalence, est vraie ou fausse. **Exercices n°6**

Chapitre 3 : Raisonnements par récurrence - Sommes et produits

Exercices réalisés : TD3, Toute la feuille

- ▶ (★) Connaître et savoir utiliser le raisonnement par récurrence **simple**. **Exercices n°1, 2, 3 et 4**
- ▶ (★) Soient $n, p \in \mathbb{N}$, $p \leq n$, $q, \lambda \in \mathbb{R}$. Connaître parfaitement la valeur de chacune des sommes usuelles suivantes :

$$\sum_{k=p}^n k = \frac{(n-p+1)(p+n)}{2} \quad ; \quad \sum_{k=p}^n \lambda = (n-p+1)\lambda \quad ; \quad \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4} \quad ; \quad \sum_{k=p}^n q^k = \begin{cases} q^p \frac{1-q^{n-p+1}}{1-q} & \text{si } q \neq 1 \\ n-p+1 & \text{si } q = 1 \end{cases}$$

- ▶ (★) Connaître et savoir utiliser la linéarité, la relation de Chasles, le changement d'indice afin de réécrire une somme. **Exercices n°8**
- ▶ Lorsque la valeur d'une somme est donnée, savoir la justifier à l'aide d'un raisonnement par récurrence. **Exercices n°7**
- ▶ (★) Savoir reconnaître une somme télescopique et savoir déterminer sa valeur. **Exercices n°9**
- ▶ Connaître et savoir utiliser la notation produit. **Exercices n°11 et 12**
- ▶ Connaître et savoir utiliser la notation factorielle. **Exercices n°10**

Les points (★) peuvent être l'objet d'une question de cours

Python : Conditionnelle `if...else` et boucle `for`

TP n°2 et 3

- ▶ Soit f une fonction définie sur un ensemble D à valeurs dans \mathbb{R} . Savoir produire le script d'une fonction Python prenant en argument un nombre x , qui affiche un message d'erreur lorsque $x \notin D$ et qui renvoie la valeur de $f(x)$ sinon.

On prendra soin de correctement placer les indentations.

Par exemple, la fonction $f : \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto \ln(x)$ pourra être codée par le script :

```
import math as m

def f(x):
    if x<=0:
        print('La valeur',x,"n'appartient pas à D.f")
    else:
        return m.log(x)
```

- Soit (u_n) une suite réelle. Savoir produire le script d'une fonction Python prenant en argument un entier n et renvoyant la valeur du terme de rang n de la suite (u_n) dans le cas où la suite est définie par récurrence.

Par exemple, pour $\begin{cases} u_0 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n^2 + 1 \end{cases}$ pourra être codée par le script :

```
def suite_u(n):
    u=1
    for k in range(n):
        u = u**2 + 1
    return u
```

- Soit (u_n) dont une expression explicite est connue. Savoir produire une fonction Python prenant en argument un entier n et qui renvoie la valeur de la somme

$$\sum_{k=p}^n u_k.$$

Par exemple, pour $\sum_{k=2}^n k2^k$ pourra être codée par le script :

```
def somme_u(n):
    S=0
    for k in range(2, n+1):
        S += k*2**k
    return S
```

- Soit (v_n) une suite réelle. Savoir produire le script d'une fonction Python prenant en argument un entier n et renvoyant la valeur du terme de rang n de la suite (v_n) dans le cas où la suite est définie par récurrence d'ordre 2.

Par exemple, pour $\begin{cases} v_0 = 0, v_1 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N}, v_{n+2} = v_{n+1} + v_n \end{cases}$ pourra être codée par le script :

```
def suite_v(n):
    (v0, v1) = (0, 1)
    for k in range(n):
        (v0, v1) = (v1, v0+v1)
    return v0
```

Avec affectation simultanée

ou également par le script

```
def suite_v(n):
    v0=0
    v1=1
    for k in range(n):
        z=v1
        v1=v0+v1
        v0=z
    return v0
```

Avec variable auxiliaire